

Programma Integrato di Matematica - Quinta Superiore

1. Introduzione all'Analisi e Topologia di $\mathbb{R}$

- Definizione di intorno di un punto e di infinito.
- Definizione di intervallo, minimo, massimo, estremo inferiore e estremo superiore di un insieme numerico.

2. Funzioni Reali di Variabile Reale

- Dominio e segno di una funzione.
- Proprietà delle funzioni reali di variabile reale: funzioni periodiche, crescenti e decrescenti, segno di una funzione, zeri di una funzione.

3. Limiti di Funzioni

- Definizione di limite.
- Teoremi generali sui limiti.
- Verificare i limiti, in casi semplici, applicando la definizione.
- Acquisire il concetto di limite di una funzione.
- Funzioni continue e calcolo dei limiti.
- Continuità delle funzioni.
- Calcolo dei limiti (anche nelle forme di indeterminazione).
- Limiti notevoli.
- Infinitesimi e infiniti.
- Punti di discontinuità e singolarità.
- Teorema di Weierstrass, dei valori intermedi e dell'esistenza degli zeri (senza dimostrazione).
- Asintoti.
- Grafico probabile di una funzione.

4. Derivata di una Funzione e Studio del Grafico

- Derivata di una funzione: definizione e interpretazione geometrica.
- Derivate fondamentali.
- Teoremi sul calcolo delle derivate.
- Derivate di ordine superiore.
- Concetto di differenziale di una funzione.
- Calcolare la derivata di una funzione applicando la definizione e le regole di derivazione.
- Determinare l'equazione della tangente a una curva in un suo punto.
- Individuare gli intervalli di monotonia di una funzione.
- Teoremi sulle funzioni derivabili: Teorema di Fermat, Teorema di Rolle, Teorema di Lagrange, Teorema di Cauchy, Teorema di De L'Hospital. (Senza dimostrazione)
- Calcolare i limiti delle funzioni applicando il teorema di De L'Hospital.
- Individuare e classificare i punti di non derivabilità di una funzione.

- Acquisire i principali concetti del calcolo infinitesimale, in particolare la derivabilità, anche in relazione con le problematiche in cui sono nati (velocità istantanea in meccanica, tangente di una curva).
- Massimi, minimi e flessi.
- Definizione di minimo, massimo, estremo inferiore e estremo superiore di una funzione.
- Relazioni tra il segno della derivata prima e della derivata seconda e il grafico di una funzione.
- Teoremi sulla ricerca dei minimi e dei massimi.
- Applicare i teoremi del calcolo differenziale e il concetto di derivata per la definizione dei punti di massimo e minimo relativo.
- Individuare eventuali punti di massimo o di minimo assoluto di una funzione.
- Applicare gli strumenti del calcolo differenziale per risolvere problemi di massimo e di minimo.
- Rappresentare graficamente le funzioni fondamentali di una variabile.
- Problemi di ottimizzazione.
- Significato geometrico della derivata seconda.
- Concavità, convessità e punti di flesso.
- Discussione di equazioni parametriche.
- Risoluzione per via grafica di equazioni e disequazioni.
- Approssimazione di soluzioni: metodo di bisezione e metodi delle tangenti.
- Teoremi di unicità dello zero. Teorema dei valori intermedi generalizzati (senza dimostrazione)

5. Integrazione delle Funzioni Reali di una Variabile Reale

- Integrali indefiniti e definiti. Teorema del valor medio e teorema fondamentale del calcolo integrale (senza dimostrazione).
- Integrali immediati. Integrazione di funzioni razionali fratte in alcuni casi particolari.
- Deduzione dal grafico di una funzione dell'andamento di una sua possibile primitiva e viceversa.
- Metodi di integrazione per parti e per sostituzione.
- Calcolo di aree e volumi: area compresa tra una curva e l'asse x , tra due curve, tra una curva e l'asse y , volume di un solido di rotazione,
- Integrali impropri: integrale di una funzione con un numero finito di punti di singolarità e di una funzione in un intervallo illimitato.
- Integrazione numerica: metodo dei rettangoli.

6. Equazioni differenziali

- Equazione differenziale ordinaria (EDO).
- Ordine di un'equazione differenziale.
- Soluzione generale e soluzione particolare.
- Problema di Cauchy.
- Equazioni del prim'ordine a variabili separabili.
- Equazioni lineari del primo ordine.
- Equazioni lineari del second'ordine omogenee a coefficienti costanti.
- Equazioni lineari del second'ordine non omogenee a coefficienti costanti.